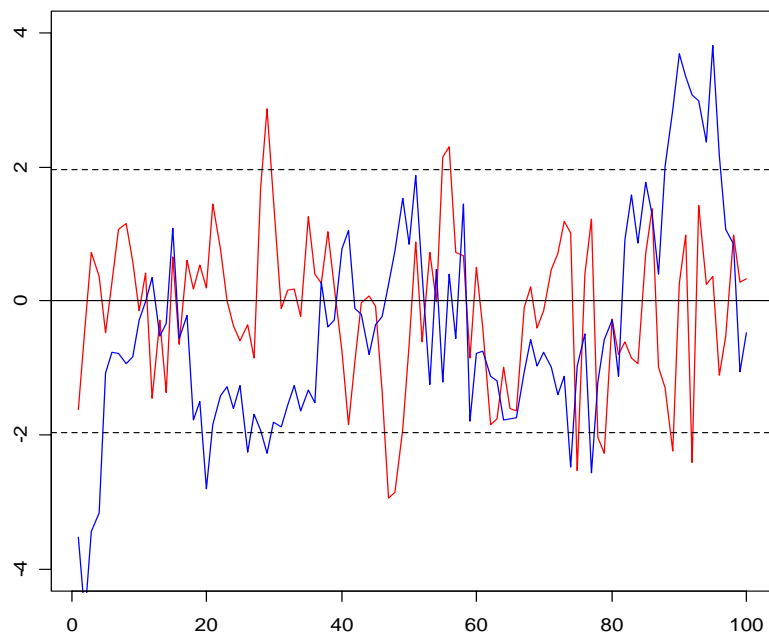


- **Υπόθεση Fisher**

$$l_t(m) = r + \theta \pi_t(m) + v_t$$

- Επιτόκιο & Πληθωρισμός κινούνται σε σχέση 1:1 και είναι I(1)
- Ελέγχουμε την υπόθεση μέσω της **συνολοκλήρωσης** των δύο μεταβλητών



- **Στατιστική Μεθοδολογία**

Χρησιμοποιώντας την επόμενη αναπαράσταση των μεταβλητών του προβλήματος (επιτόκιο και πληθωρισμός) θα οδηγηθούμε στην εκτίμηση της υπόθεσης του **Fisher (Error Correction Representation)**

$$\begin{cases} Y_t = \Theta X_t + u_{1t} \\ \Delta X_t = u_{2t} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t-1} \\ u_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix}$$

,όπου

$$\begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix} \sim N_2 \left(\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \right)$$

- **Εκτιμητές...**

Λογικά οι **Autoregressive Distributed Lag (ARDL)** και οι εκτιμητές του **Johansen** θα αποδώσουν καλύτερα

ADL (Αυτοπαλίνδρομος Καταμεμειθίσων Υστερήσεων)

- Στηρίζεται στο μοντέλο **ADL**(q,r) :

$$Y_t = \sum_{i=0}^q X_{t-i} a_i + \sum_{j=1}^r b_j Y_{t-j} + v_t$$

- Είναι εύκολος στην εφαρμογή και εύχρηστος, για την εκτίμηση του Θ .
- Μετασχηματίζοντας το **ADL**(q,r) ως εξής:

$$Y_t = \Theta X_t + \sum_{i=1}^{q-1} \Delta X_{t-i} a_i + \sum_{j=1}^{r-1} b_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (\text{Bewley})$$

,μπορούμε να εκτιμήσουμε άμεσα και εύκολα όπως προαναφέρθηκε, την παράμετρο Θ και το τυπικό σφάλμα, τα οποία εκτιμώνται επίσης με τον πίνακα των ανεξάρτητων σαν βοηθητικές μεταβλητές και τον εκτιμητή *Βοηθητικών Μεταβλητών* (**Instrumental Variables, Wickens & Breusch**)

- Χρησιμοποιώντας την μέθοδο που πρότεινε ο **Bewley** (1979), προκύπτει άμεσα η σημειακή εκτίμηση του Θ και της διακύμανσής του.

Οι εκτιμητές **ADL** και **OOLS** συμπίπτουν, είναι ισότιμοι όταν στην αρχική εξίσωση $Y_t = \vartheta X_t + u_t$, δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση του σφάλματος, κάτι το οποίο δεν είναι πιθανόν να συμβεί σε μακροοικονομικές εφαρμογές.

AADL (Επαυξημένος Αυτοπαλίνδρομος Καταμεμειθίσων Υστερήσεων)

- Δίνεται από τον τύπο :

$$Y_t = \Theta X_t + \sum_{i=1}^{q-1} \Delta X_{t-i} a_i + \sum_{j=1}^{r-1} b_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{k=1}^{s-1} c_k \Delta X_{t+k} + \varepsilon_t$$

- Ο εκτιμητής προκύπτει όπως και στον **ADL** (Αυτοπαλίνδρομος Καταμεμειθίσων Υστερήσεων) μόνο που ο **ADL** προσαυξάνεται με τις μελλοντικές τιμές της μεταβλητής X , Με την προσαύξηση αυτή, εξαλείφονται τα ασυμπτωτικά σφάλματα δεύτερης τάξης και αποκαθίσταται η υπερεξωγένεια.
- Μπορούμε να εκτιμήσουμε άμεσα όπως και με τον εκτιμητή **ADL**, την παράμετρο Θ και το τυπικό σφάλμα.

JOH (Εκτιμητής Μέγιστης Πιθανοφάνειας του **Johansen**)

Ο εκτιμητής αυτός, παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Στηρίζεται σε ένα διανυσματικό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο
- Η τάξη του εκτιμητή αντιστοιχεί στις υστερήσεις του μοντέλου
- Προκειμένου να εφαρμοστεί, απαιτείται ένας ικανός αριθμός χρονικών υστερήσεων
- Βασίζεται στον υπολογισμό του στατιστικού ελέγχου **LR** (**Likelihood Ratio**)
- Είναι ασυμπτωτικά ιδανικός στα πλαίσια ενός κανονικού διανυσματικού αυτοπαλίνδρομου μοντέλου.

■ I(1)?

		t	Prob
Βέλγιο	INF ₂	-1.241	.19639
	TB	-.289641	.58303
Ιρλανδία	INF ₂	-2.568104	.104
	TB	.163791	.7321
Ολλανδία	INF ₂	-1.06021	.2602
	TB	1.446404	.0630

■ Co integrated?

Βρέθηκαν σχέσεις συνολοκλήρωσης με διάφορα τεστ...

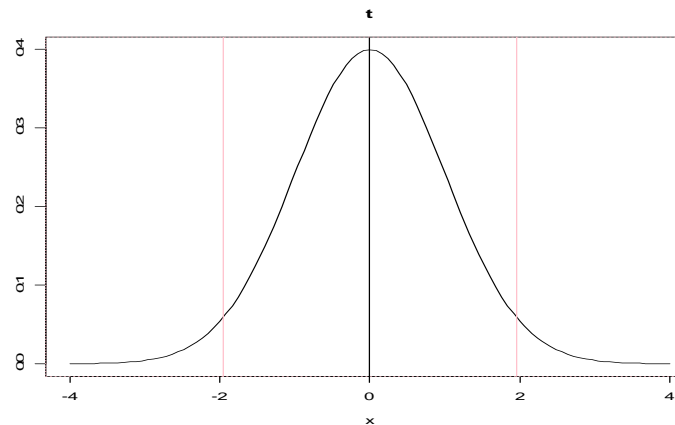
	K	K*
Βέλγιο KPSS	.2042	.2160
Ιρλανδία ADF	-2.816	-2.71
Ολλανδία	-1.96	-1.61

■ Small Sample Effect

“Έχοντας μικρά δείγματα πρέπει να ελέγξουμε ποιο από τα (αρκετά) στατιστικά έχει πραγματικά την συμπεριφορά που υποστηρίζει η θεωρία

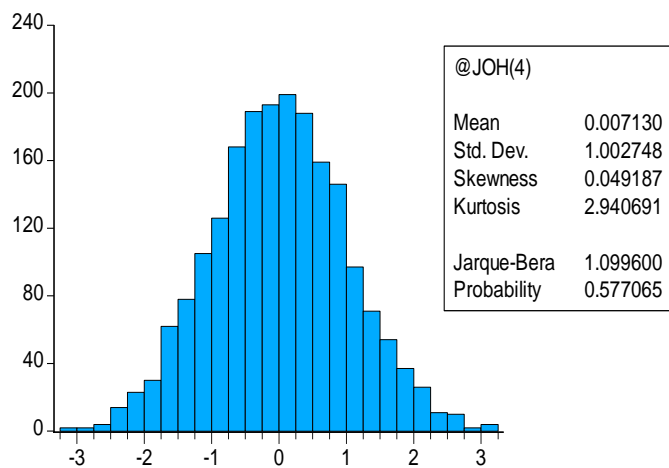
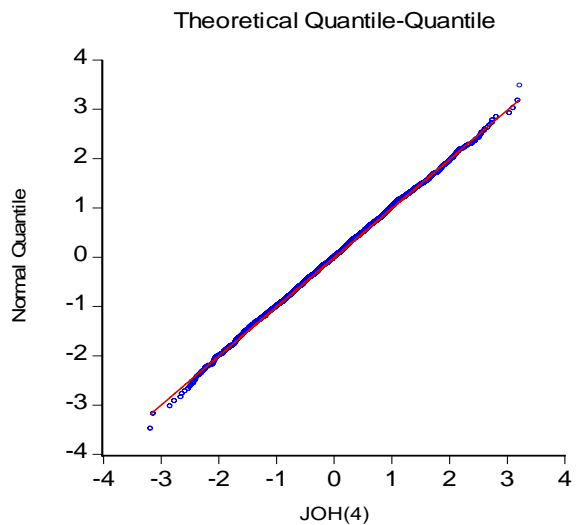
Κάνουμε ένα αριθμό προσομοιώσεων (2000) για κάθε εκτιμητή υπό τη δομή των δεδομένων κάθε χώρας και

Θέλουμε να βρούμε ένα εκτιμητή ο οποίος θα ταιριάζει στις πρώτες 4 ροπές με την t $t_n \rightarrow \infty \Rightarrow t_n \equiv N(0,1)$



		\bar{t}	$sd(\bar{t})$	a_3	a_4	$t_{0.025}$	$t_{0.975}$	Size
Βέλγιο	AAOL(1,2,1)	0	,98	,005	2,9487	-1.9741	1.9632	5,2
Ιρλανδία	AAOL(1,2,1)	-0,02810	1,0446	0,0049	3,1438	-2,0482	2,0628	6,1500
Ολλανδία	JOH(4)	0	1,0027	,0492	2,9378	-1.9349	2,0083	5,25
Θεωρητικά		0	1	0	3	-1.962	1.962	5

Πράγματι κατανέμονται ως κανονικές τ.μ. Ενδεικτικά για την Ολλανδία ο JOH(4)



■ Τελικά Ισχύει?

		$ t $	t^*
Βέλγιο	ARDL(1,2,1)	7,4394	1.96
Ιρλανδία	ARDL(1,2,1)	6,0271	
Ολλανδία	JOH(4)	26.8791	

OXI

